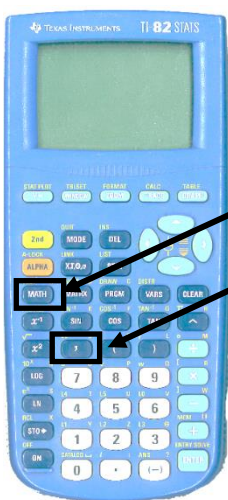


Hur man använder miniräknaren för att hantera derivatavärden, derivatagrafer och tangenter

Exempel: Utgå från funktionen $f(x) = \frac{4e^{x-1}}{e^{x^2}+2}$ i intervallet $-2 < x < 3$.

- Bestäm ekvationen för en tangent med tangeringspunkt i $x = 2$
- Det finns två punkter med y -värdet 0,7. Bestäm lutningen i dessa båda punkter.
- Det finns två punkter med lutningen -0,5. Bestäm dessa punkters koordinater



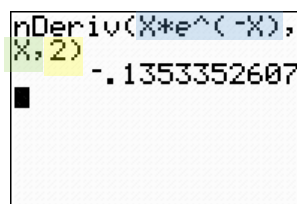
För att bestämma derivator i givna punkter kan kommandot "NDeriv" användas. Detta nås via:



Syntaxen för detta kommando är att skriva 3 argument som skiljs åt med ","-knappen. Argumenten är följande:

`nDeriv(Funktion , Variabel , Punktens x-värde)`

Exempel: Bestäm derivatan till $f(x) = x \cdot e^{-x}$ där $x = 2$

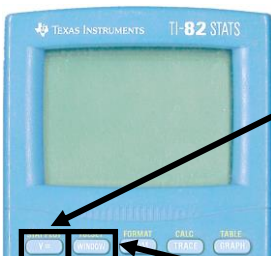


$$f'(2) \approx -0,135$$

För att lösa problem där derivatan söks i punkter med endast kända y -värden, eller där derivatan är känd och punkten söks är det enklaste att istället rita upp grafer, och läsa av värden i dessa.

Funktionsgrafen och derivatagrafen samtidigt.

Börja med att lägga in den funktion som deriveringen gäller, under Y1. I detta exempel:



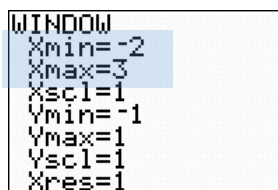
$Y_1 = \frac{4e^{x-1}}{e^{x^2}+2}$

Plot1	Plot2	Plot3
Y1		
Y2		
Y3		
Y4		
Y5		
Y6		
Y7		

Plot1	Plot2	Plot3
Y1	$(4e^{(X-1)}) / (e^{(X^2)+2})$	
Y2		
Y3		
Y4		
Y5		
Y6		



Byt sedan till rätt intervall, $-2 < x < 3$ under WINDOW.



Lägg nu till en andra funktion, som beskriver derivatan av den första:

$nDeriv(\text{Funktion}, \text{Variabel}, \text{Punktens } x\text{-värde}) = nDeriv(Y_1, x, x)$

OBS!! Punktens x -värde sätts till x när grafen ska ritas ut.

För att skriva Y_n gäller

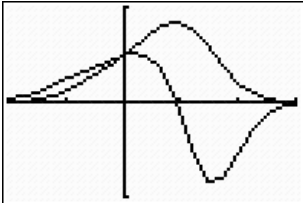
Plot1 Plot2 Plot3
 $Y_1 = (4e^{(X-1)}) / (e^{(X^2)+2})$
 $Y_2 = nDeriv(Y_1, X, X)$
 $Y_3 =$
 $Y_4 =$
 $Y_5 =$

Nu är allt klart för att rita graferna, MEN ett viktigt steg för att snabba upp processen (miniräknaren tar annars onödigt lång tid på att rita ut graferna noggrant) är att först gå in på WINDOW-inställningarna och minska noggrannheten genom att öka Xres:

WINDOW
 Xmin=-2
 Xmax=3
 Xscl=1
 Ymin=-1
 Ymax=1
 Yscl=1
 Xres=1

Ändra Xres till ett högre tal, t.ex. 5

Rita nu graferna med GRAPH



GRAPH

Ett tips om man lättare vill se vilken graf som är vilken är att ändra utseende på någon av graferna genom att ställa markören längst till vänster och växla med ENTER:

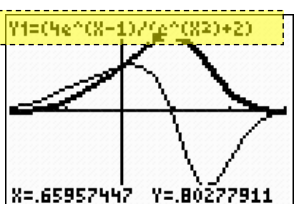
Plot1 Plot2 Plot3
 $Y_1 = (4e^{(X-1)}) / (e^{(X^2)+2})$
 $Y_2 = nDeriv(Y_1, X, X)$
 $Y_3 =$
 $Y_4 =$
 $Y_5 =$

Funktionsgrafen är den tjockare av graferna

a) Bestäm ekvationen för en tangent med tangeringspunkt i $x = 2$

Vill man ha tangentens ekvation i en viss punkt används DRAW – 5: Tangent

2nd DRAW PRGM
 1:ClrDraw
 2:Line(
 3:Horizontal
 4:Vertical
 5:Tangent(
 6:DrawF
 7:Shade(
 8:Goto



Aktuell funktion visas högst upp i fönstret.
 För att växla vilken funktion tangenten ska beräknas på, tryck på UPP och NED pilarna.

Efter vald funktion, skriv tangeringspunktens x -värde:

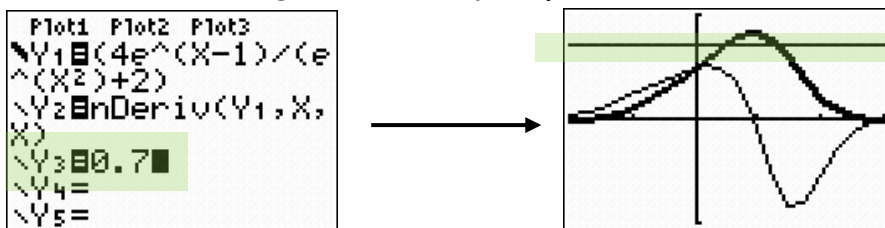
2
 ENTER

X=2
 Y=-.54917864964X+1.2904...

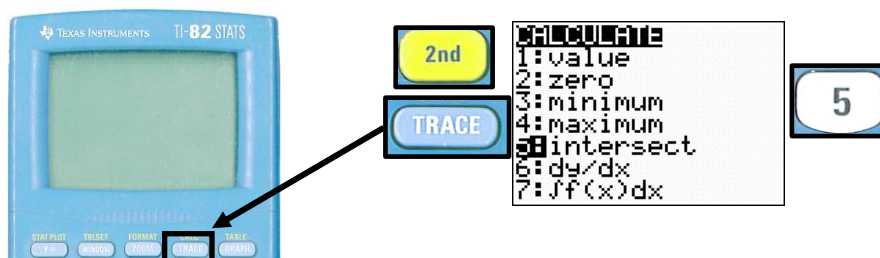
a) Tangentens ekvation är $y = -0,549x + 1,290$

- b) Det finns två punkter med y -värdet 0,7.
Bestäm lutningen i dessa båda punkter.

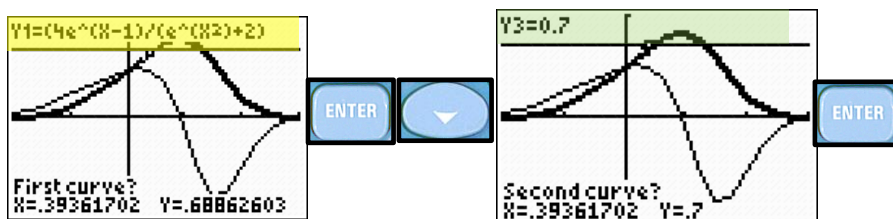
Rita tillsammans med graferna in en linje vid $y = 0,7$



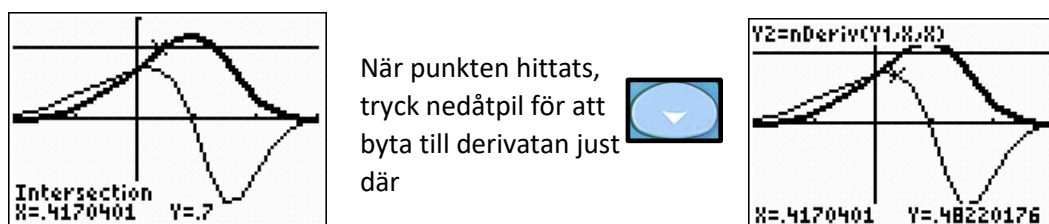
De två skärningspunkterna fås mha kommandot *intersect*



Stega upp och ned och så att de två funktionerna blir funktionskurvan (Y1) och den horisontella linjen (Y3).



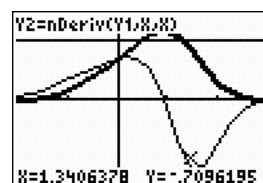
Flytta sedan till markören till i närheten av punkten som ska undersökas, och tryck ENTER.



Punktens x -värde är 0,417 och derivatans värde är där 0,482

Upprepa samma procedur med samma skärningspunkten, vilket ger

$$f'(1,341) \approx -0,710$$



- b) För de två punkterna där y -värdet är 0,7 gäller:

$$f'(0,417) \approx 0,482$$

$$f'(1,341) \approx -0,710$$

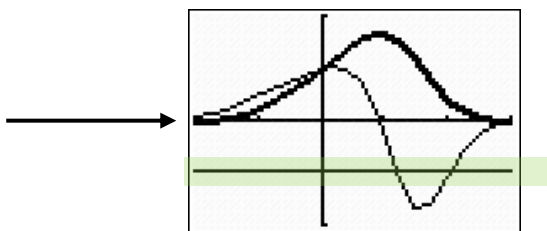
- c) Det finns två punkter med lutningen -0,5.
Bestäm dessa punkters koordinater

Samma lösningsprincip som i b)-uppgiften, men använd istället *intersect* mellan derivatagrafen och en linje vid $Y = -0,5$:

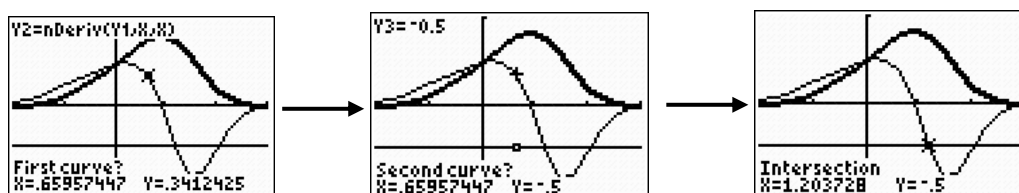
```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1=(4e^(X-1)/(e^(X^2)+2)
Y2=nDeriv(Y1,X)
Y3=-0.5
Y4=
Y5=

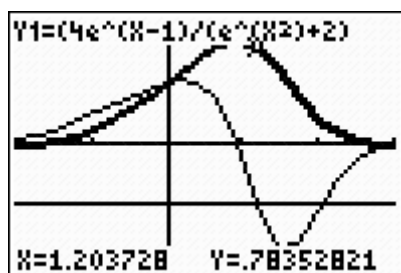
```



"intersecta" mellan Y2 (derivatan) och Y3 (den horisontella linjen):



Växla till funktionen (Y1), och läs av y-värdet...

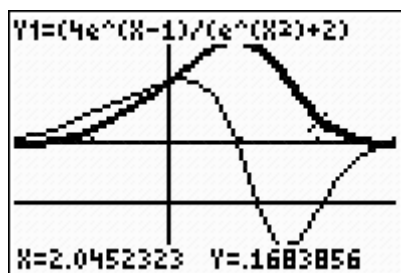


Den första punktens koordinater är...

$$x \approx 1,204$$

$$y \approx 0,784$$

Upprepa för den andra punkten:



...vilket ger koordinaterna:

$$x \approx 2,045$$

$$y \approx 0,168$$

- c) För de två punkterna där lutningen är -0,5 gäller:
 $f(1,204) \approx 0,784$
 $f'(2,045) \approx 0,168$